

## Metode de analiză fuzzy pentru probleme decizionale multiatribut

### Introducere

Decidenții se confruntă în mod frecvent cu probleme de analiză multicriterială în care ei selectează sau ierarhizează variantele decizionale care satisfac cât mai bine obiectivele lor. Variantele decizionale sunt evaluate în raport cu criterii specifice, de natură diferită, care foarte adesea sunt în conflict. Aceste variante pot fi proiecte noi, pentru care evaluarea de către decident a criteriilor este dificilă sau chiar imposibilă din cauza: a) informației necuantificabile, b) informației incomplete, c) informației care nu poate fi obținută, d) necunoașterii sau ignoranței parțiale.

În cazul problemelor decizionale multicriteriale se tratează distinct problemele decizionale multiobiectiv și problemele decizionale multiatribut. În problemele decizionale multiobiectiv, numărul variantelor decizionale este infinit. Ele sunt generate de un mecanism algoritmic de căutare - evaluare, iar fiecare variantă este evaluată prin mai multe criterii exprimate prin funcții matematice. În problemele decizionale multiatribut, numărul variantelor decizionale este finit, iar fiecare variantă este evaluată prin mai multe criterii exprimate prin atribute cantitative și / sau calitative. Obiectul de studiu în această lucrare îl constituie deciziile multiatribut.

Au fost dezvoltate diferite abordări ale problemelor de analiză multiatribut [1, 2, 4, 6, 7]. Cele mai multe dintre aceste metode presupun determinarea cu precizie de către decident a coeficienților de importanță pentru fiecare criteriu și a performanței fiecărei variante în raport cu fiecare criteriu. În situațiile reale, atunci când în procesul decizional intervin aprecieri subiective, de cele mai multe ori decidentul va opera cu date și informații vagi, imprecise și de natură incertă. Din fericire, există o serie de rezultate ale teoriei mulțimilor fuzzy, [6, 9], care oferă posibilitatea tratării datelor și informațiilor de tipul celor generate de caracteristicile subiective ale naturii umane. Astfel, pentru aprecierile subiective necesare în rezolvarea problemelor multiatribut, se pot utiliza variabilele lingvistice și numerele fuzzy. Dacă subiectivismul reprezintă informația necuantificabilă deținută de decident sub forma intuiției și experienței, atunci se poate considera că abordarea fuzzy permite valorificarea informației comunicabile prin limbajul natural și asimilarea elementelor specifice intuiției umane.

### Formularea problemei

Fie o problemă generală multiatribut în care un număr finit de variante decizionale  $V_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) sunt evaluate în raport cu o mulțime de criterii  $C_j$  ( $j = 1, 2, \dots, m$ ). Pentru rezolvarea problemei, vor fi necesare evaluări cantitative și calitative pentru a determina:

- performanța fiecărei variante decizionale în raport cu fiecare criteriu;
- importanța fiecărui criteriu pentru problema analizată.

Rezultatele acestor evaluări pot fi reprezentate astfel:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{vmatrix}$$

$$W = (w_1, w_2, \dots, w_m)$$

unde  $a_{ij}$  ( $i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$ ) este aprecierea performanței variantei  $V_i$  în raport cu criteriul  $C_j$ , iar  $w_j$  este coeficientul de importanță asociat criteriului  $C_j$ .

După eliminarea variantelor decizionale dominate, fiind stabilite matricea performanțelor variantelor nedominate și vectorul coeficienților de importanță, obiectivul rezolvării problemei multiatribut constă în ierarhizarea variantelor decizionale prin determinarea pentru fiecare din ele a unei performanțe globale în raport cu toate criteriile.

### Utilizarea variabilelor lingvistice

Evident, decidenții preferă să utilizeze limbajul natural pentru a exprima, prin termeni lingvistici, aprecierile și preferințele lor referitoare la coeficienții de importanță pentru criteriile de evaluare și performanțele variantelor în raport cu criteriile analizate. Pe de altă parte, teoria mulțimilor fuzzy oferă posibilitatea evaluării matematice a propozițiilor exprimate în limbaj natural și poate contribui la creșterea gradului de susținere a deciziilor prin construirea unor metode de analiză decizională mult mai apropiate de raționamentul uman [4].

# Management

Există diferite valori lingvistice disponibile pentru aprecierea coeficienților de importanță asociați criteriilor decizionale și a performanțelor variantelor în raport cu criteriile analizate. Cu toate acestea, aceeași valoare lingvistică poate avea înțelesuri (semnificații) diferite pentru diferiți decidenți, așa cum diferite valori lingvistice pot avea aceeași semnificație pentru decidenți diferiți.

În tabelul 1 sunt prezentate valorile lingvistice propuse în [3] pentru reprezentarea lingvistică a aprecierilor subiective exprimate de decidenți. Gruparea celor mai utilizați termeni lingvistici în scale cu un anumit număr de termeni poate facilita selectarea celor mai potrivite valori lingvistice pentru situațiile decizionale reale.

Tabelul 1

Scala	1	2	3	4	5	6	7	8
Termeni utilizați	Doi	Trei	Cinci	Cinci	Șase	Șapte	Nouă	Unsprezece
Deloc								DA
Foarte mic (sau foarte slab sau foarte puțin important sau foarte modest etc.)			DA		DA	DA	DA	DA
Între foarte mic și mic							DA	DA
Mic		DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA
Puțin peste mic				DA	DA		DA	DA
Aproape mediu						DA		
Mediu	DA	DA	DA	DA		DA	DA	DA
Puțin peste mediu						DA		
Aproape mare				DA	DA		DA	DA
Mare sau important	DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA
Între mare și foarte mare							DA	DA
Foarte mare			DA		DA	DA	DA	DA
Excelent								DA

În [10], un termen lingvistic  $\tilde{B}$  pe  $R^+$ , notat prin  $(\underline{B}, B^m, \bar{B})$ , este definit a fi un număr fuzzy triunghiular dacă funcția sa de apartenență  $\mu_{\tilde{B}}(x): R^+ \rightarrow [0, 1]$  este:

$$\mu_{\tilde{B}}(x) = \begin{cases} \frac{x - \underline{B}}{B^m - \underline{B}} & \text{pentru } x \in [\underline{B}, B^m] \\ \frac{x - \bar{B}}{B^m - \bar{B}} & \text{pentru } x \in [B^m, \bar{B}] \\ 0, & \text{pentru celelalte cazuri} \end{cases}$$

unde  $(\underline{B}, B^m, \bar{B})$  reprezintă valoarea inferioară, valoarea modală și respectiv valoarea superioară a suportului termenului lingvistic  $\tilde{B}$ .

Aproximarea termenilor lingvistici prin numere fuzzy se va realiza pe baza experienței și cunoștințelor decidenților în domeniul problemei analizate.

În figura 1 este dată o posibilă reprezentare fuzzy a termenilor lingvistici din scala 3, formată din cinci termeni lingvistici: „foarte mic” cu  $(0, 0, 0,3)$ , „mic” cu  $(0,1, 0,4, 0,6)$ , „mediu” cu  $(0,4, 0,6, 0,8)$ , „mare” cu  $(0,6, 0,8, 0,95)$  și „foarte mare” cu  $(0,9, 1, 1)$ .

Când numărul de valori utilizate este același (scala 3 și scala 4), valorile verbale utilizate pot fi ușor diferite. De asemenea, când aceeași valoare (de exemplu „mare”) este utilizată în diferite scale, reprezentarea sa fuzzy poate fi diferită. Rezultă că aceeași valoare lingvistică poate avea semnificații sau înțelesuri diferite pentru fiecare decident în funcție de situația concretă analizată.

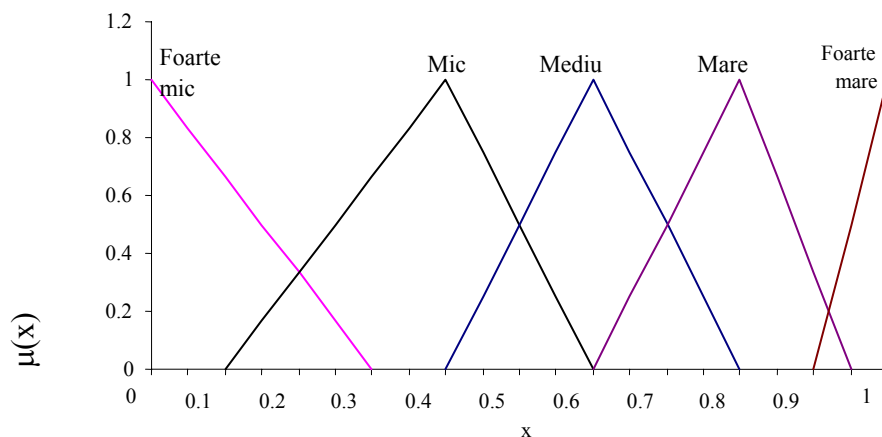


Figura 1

## Procedura fuzzy de analiză multiatribut

După construirea matricei performanțelor variantelor și a vectorului coeficienților de importanță pentru criteriile decizionale, se va trece la generarea vectorului  $F$  al performanțelor fuzzy prin înmulțirea matricei  $A$  de decizie cu vectorul  $W$  al coeficienților de importanță. Vectorul  $F$  conține performanțele globale ale variantelor decizionale în raport cu toate criteriile.

Pentru agregarea evaluărilor decidentului poate fi folosită media, mediana, operatori de maxim, operatori de minim sau operatori micști. Dintre aceste metode, cea mai utilizată este media. Dacă se notează cu  $\oplus$  și  $\otimes$  operatorii de adunare și respectiv înmulțire fuzzy, atunci performanța medie  $F_i$  asociată variantei  $V_i$  se obține cu relația:

$$F_i = (1/m)[(a_{i1} \otimes w_1) \oplus (a_{i2} \otimes w_2) \oplus \dots \oplus (a_{im} \otimes w_m)]$$

pentru  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Prin înlocuirea termenilor lingvistici  $a_{ij}$  și  $w_j$  cu numerele fuzzy triunghiulare specificate de decident,  $a_{ij} \Leftrightarrow (o_{ij}, p_{ij}, q_{ij})$ , pentru numerele reale  $o_{ij} \leq p_{ij} \leq q_{ij}$  și  $w_j \Leftrightarrow (b_j, d_j, g_j)$  pentru numerele reale  $b_j \leq d_j \leq g_j$ , se obține performanța  $F_i$  fuzzy de forma:

$$F_i = (Q_i, Y_i, Z_i),$$

$$\text{cu } Q_i = (1/m)\sum_j o_{ij} \cdot b_j, Y_i = (1/m)\sum_j p_{ij} \cdot d_j, Z_i = (1/m)\sum_j q_{ij} \cdot g_j, \text{ pentru } i = 1, 2, \dots, n \text{ și } j = 1, 2, \dots, m.$$

În acest mod, s-au obținut evaluări agregate ale variantelor decizionale reprezentate prin numere triunghiulare fuzzy. Ierarhizarea variantelor presupune în acest caz utilizarea unei metode de ordonare a numerelor triunghiulare fuzzy. În [5], se consideră că metoda valorii totale integrale este una din cele mai simple metode de ordonare a numerelor triunghiulare fuzzy. Pentru numărul triunghiular fuzzy  $F_i = (Q_i, Y_i, Z_i)$ , valoarea totală integrală este definită de relația:

$$I_T^\alpha(F_i) = (1/2)[\alpha Z_i + Y_i + (1 - \alpha)Q_i],$$

unde  $\alpha \in [0, 1]$  reprezintă coeficientul de optimism al decidentului. Pentru un  $\alpha$  specificat, varianta decizională  $V_i$  cu cea mai mare valoare totală integrală  $I_T^\alpha(F_i)$  va fi considerată varianta care realizează cel mai bun compromis în raport cu toate criteriile decizionale.

În aplicațiile practice se utilizează  $\alpha = 0$ ,  $\alpha = 0,5$  și  $\alpha = 1$  pentru a indica atitudinea pesimistă, moderată sau optimistă, respectiv aversiunea față de risc, indiferența față de risc sau simpatia față de risc a decidentului în cazul problemei analizate. Deoarece ierarhizarea variantelor se poate schimba în funcție de gradul de optimism al decidentului, se poate defini o soluție ideală pozitivă  $V^+$  și o soluție ideală negativă  $V^-$  având valori totale integrale maxime, respectiv valori totale integrale minime determinate pentru diferite valori ale lui  $\alpha$ .

Notăm cu  $\alpha^{pes}$ ,  $\alpha^{mod}$ ,  $\alpha^{opt}$  valorile lui  $\alpha$  în cazul pesimist, moderat și respectiv optimist. Atunci soluția ideală pozitivă și soluția ideală negativă pot fi definite astfel:

$$V^+ = (I_T^{\alpha^{pes+}}, I_T^{\alpha^{mod+}}, I_T^{\alpha^{opt+}}),$$

$$V^- = (I_T^{\alpha^{pes-}}, I_T^{\alpha^{mod-}}, I_T^{\alpha^{opt-}}),$$

unde:

$$I_T^{\alpha^{pes+}} = \max \{I_T^{\alpha^{pes}}(F_1), \dots, I_T^{\alpha^{pes}}(F_n)\}$$

$$I_T^{\alpha^{mod+}} = \max \{I_T^{\alpha^{mod}}(F_1), \dots, I_T^{\alpha^{mod}}(F_n)\}$$

$$I_T^{\alpha^{opt+}} = \max \{I_T^{\alpha^{opt}}(F_1), \dots, I_T^{\alpha^{opt}}(F_n)\}$$

$$I_T^{\alpha^{pes-}} = \min \{I_T^{\alpha^{pes}}(F_1), \dots, I_T^{\alpha^{pes}}(F_n)\}$$

$$I_T^{\alpha^{mod-}} = \min \{I_T^{\alpha^{mod}}(F_1), \dots, I_T^{\alpha^{mod}}(F_n)\}$$

$$I_T^{\alpha^{opt-}} = \min \{I_T^{\alpha^{opt}}(F_1), \dots, I_T^{\alpha^{opt}}(F_n)\}$$

Cu aceste relații se poate determina distanța Hamming dintre fiecare variantă decizională  $V_i$  și varianta ideală pozitivă  $V^+$  și respectiv varianta ideală negativă  $V^-$ :

$$d_i^+ = (I_T^{\alpha^{pes+}} - I_T^{\alpha^{pes}}(F_i))^2 + (I_T^{\alpha^{mod+}} - I_T^{\alpha^{mod}}(F_i))^2 + (I_T^{\alpha^{opt+}} - I_T^{\alpha^{opt}}(F_i))^2$$

$$d_i^- = (I_T^{\alpha^{pes-}} - I_T^{\alpha^{pes}}(F_i))^2 + (I_T^{\alpha^{mod-}} - I_T^{\alpha^{mod}}(F_i))^2 + (I_T^{\alpha^{opt-}} - I_T^{\alpha^{opt}}(F_i))^2$$

Pentru a determina varianta decizională cea mai apropiată de varianta ideală pozitivă și cât mai departe de varianta ideală negativă, în [3] se propune un index de performanță de forma:

$$P_i = (d_i^-) / (d_i^+ + d_i^-), \text{ pentru } i = 1, \dots, n.$$

Va fi preferată varianta  $V_i$  cu cel mai mare index de performanță  $P_i$ .

Procedura descrisă presupune parcurgerea următoarelor etape:

1. formularea problemei de analiză decizională multiatribut: definirea scopului analizei decizionale, identificarea variantelor decizionale și stabilirea criteriilor de decizie;
2. selectarea termenilor lingvistici pentru definirea coeficienților de importanță și pentru aprecierea performanțelor variantelor decizionale în raport cu fiecare criteriu;
3. construirea matricei performanțelor variantelor și a vectorului coeficienților de importanță pentru criteriile decizionale stabilite în etapa 1;
4. înlocuirea termenilor lingvistici cu numere triunghiulare fuzzy și determinarea vectorului performanțelor globale fuzzy ale variantelor decizionale în raport cu toate criteriile;

# Management

- determinarea, pentru fiecare variantă decizională, a valorilor totale integrale în funcție de diferite valori ale coeficientului de optimism al decidentului;
- determinarea performanțelor variantei ideale pozitive și a performanțelor variantei ideale negative;
- calcularea distanței Hamming dintre fiecare variantă decizională și varianta ideală pozitivă și respectiv varianta ideală negativă;
- determinarea pe baza distanțelor calculate în etapa 7 a indexului de performanță al fiecărei variante decizionale;
- ierarhizarea variantelor în ordinea descrescătoare a indexului lor de performanță.

## Aplicație numerică

Procesul decizional în managementul deșeurilor radioactive este unul dintre procesele care au nevoie de metode pentru abordarea incertitudinii și dificultăților generate de obținerea datelor și informațiilor necesare fundamentării deciziilor [5]. Aplicarea metodelor prezentate în această lucrare se face pe un caz ipotetic de selectare a unei variante de depozitare a deșeurilor unei centrale nucleare și toate evaluările au numai caracter ilustrativ.

- Sunt analizate patru variante de depozitare V1, V2, V3 și V4.
- Criteriile de decizie sunt: C1 = siguranța depozitării, C2 = impactul asupra mediului, C3 = impactul socio-economic, C4 = costul, C5 = caracteristici ale zonei geografice, C6 = caracteristici ale echipamentelor utilizate.
- Pentru reprezentarea lingvistică vom alege scala 3 cu cinci termeni. Astfel, pentru aprecierea coeficienților de importanță asociați criteriilor de decizie se vor utiliza termenii „importanță foarte mică”, „importanță mică”, „importanță medie”, „importanță mare”, „importanță foarte mare”, iar pentru performanțele individuale ale variantelor în raport cu fiecare criteriu se vor utiliza termenii „performanță foarte slabă”, „performanță slabă”, „performanță medie”, „performanță bună”, „performanță foarte bună”.
- Aprecierile lingvistice referitoare la importanța criteriilor de decizie și la performanțele individuale ale variantelor în raport cu fiecare criteriu sunt prezentate în tabelul 2 și respectiv în tabelul 3.

**Tabelul 2**

Criteriul de decizie	Siguranța depozitării	Impactul asupra mediului	Impactul socio-economic	Costul	Caracteristici ale zonei geografice	Caracteristici ale echipamentelor
Aprecierea lingvistică a importanței	Foarte mare	Mare	Medie	Medie	Mică	Mare

**Tabelul 3**

Varianta decizională	Aprecierea lingvistică a performanței fiecărei variante în raport cu					
	Siguranța depozitării	Impactul asupra mediului	Impactul socio-economic	Costul	Caracteristici ale zonei geografice	Caracteristici ale echipamentelor
V1	Medie	Medie	Bună	Foarte bună	Bună	Bună
V2	Bună	Medie	Foarte bună	Medie	Medie	Medie
V3	Bună	Foarte bună	Medie	Medie	Medie	Medie
V4	Medie	Medie	Medie	Bună	Bună	Foarte bună

- În tabelul 4 sunt prezentate numerele triunghiulare fuzzy asociate aprecierilor lingvistice de către experții în domeniu.

**Tabelul 4**

Aprecierea lingvistică a importanței unui criteriu de decizie	Foarte mică	Mică	Medie	Mare	Foarte mare
Aprecierea lingvistică a performanței fiecărei variante în raport cu fiecare criteriu	Foarte slabă	Slabă	Medie	Bună	Foarte bună
Numărul triunghiular fuzzy	(0, 0, 0,25)	(0, 0,25, 0,5)	(0,25, 0,5, 0,75)	(0,5, 0,75, 1)	(0,75, 1, 1)

- Se înlocuiesc termenii lingvistici cu numere triunghiulare fuzzy asociate și se determină (tabelul 5) vectorul performanțelor globale fuzzy ale variantelor decizionale în raport cu toate criteriile.

**Tabelul 5**

Varianta decizională	Performanța globală fuzzy în raport cu toate criteriile
V1	(0,125, 0,357, 0,643)
V2	(0,125, 0,339, 0,598)
V3	(0,143, 0,357, 0,607)
V4	(0,125, 0,348, 0,616)

- Pentru fiecare variantă decizională, se determină tabelul 6 cu valorile totale integrale în funcție de valorile  $\alpha^{pes} = 0$ ,  $\alpha^{mod} = 0,5$  și  $\alpha^{opt} = 1$  ale coeficientului de optimism al decidentului.

**Tabelul 6**

Varianta decizională	Valorile totale integrale pentru		
	$\alpha^{pesimist}=0$	$\alpha^{moderat} = 0,5$	$\alpha^{optimist} = 1$
V1	0,241	0,371	0,500
V2	0,232	0,350	0,469
V3	0,250	0,366	0,482
V4	0,237	0,359	0,482

- Se determină tabelul 7 cu performanțele variantei ideale pozitive și performanțele variantei ideale negative.

**Tabelul 7**

Varianta ideală	Valorile totale integrale pentru		
	$\alpha^{pesimist}=0$	$\alpha^{moderat} = 0,5$	$\alpha^{optimist} = 1$
pozitivă	0,250	0,371	0,500
negativă	0,232	0,350	0,469

- Se calculează distanțele  $d_i^+$  și  $d_i^-$  dintre fiecare variantă decizională și varianta ideală pozitivă și respectiv varianta ideală negativă și apoi pe baza lor se determină indexul  $P_i$  de performanță (tabelul 8) al fiecărei variante decizionale.

**Tabelul 8**

Varianta decizională	$d_i^+$	$d_i^-$	Indexul de performanță $P_i$
V1	7,97E-05	0,00146	0,94822
V2	0,001699	0	0
V3	0,000339	0,000742	0,686636
V4	0,000623	0,000279	0,309392

- Prin ierarhizarea variantelor în ordinea descrescătoare a indexului lor de performanță  $P_i$ , rezultă că varianta V1 poate fi luată în considerare pentru depozitarea deșeurilor radioactive. Această variantă asigură o siguranță medie a depozitului, o protecție medie a mediului, are un impact socio-economic bun, cost foarte bun și beneficiază de o zonă geografică bună și echipament bun.

## Concluzii

Selectarea celei mai potrivite variante decizionale dintr-o mulțime finită de variante presupune aprecieri subiective consistente bazate pe experiență și intuiție. Metodele analizate în această lucrare permit decidentului să aleagă termenii lingvistici cei mai potriviți pentru a exprima raționamentele și preferințele sale referitoare la criteriile de decizie și performanțele variantelor în raport cu fiecare criteriu. Aplicarea teoriei mulțimilor fuzzy cere însă asocierea unor numere fuzzy termenilor lingvistici. Aceste

numere pot fi obținute de la experți și încorporate într-o bază de cunoștințe a unui sistem pentru suportul deciziilor care ar include metodele de analiză multiatribut bazate pe teoria mulțimilor fuzzy. Decidenții ar putea să obțină un anumit nivel de expertiză în activitatea de elaborare a deciziilor printr-un schimb interactiv de informații cu astfel de sisteme. În acest mod, procedura propusă ar putea fi acceptată ca o metodă ușor de aplicat pentru fundamentarea deciziilor manageriale.

*Prof. univ. dr. Florica LUBAN*

### Bibliografie

- 1 ANDREICA, M.,  
STOICA, M.,  
LUBAN, F. *Metode cantitative în management*, București, Editura Economică, 1998
- 2 BOLDUR-LĂȚESCU, G. *Logica decizională și conducerea sistemelor*. București, Editura Academiei Române, 1992
- 3 DENG, H. *A DSS Approach for Ranking Multicriteria Alternatives*, în Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Intelligent Processing Systems, October 2001, Beijing China, p. 1564 – 1568
- 4 FILIP, F. G. *Decizie asistată de calculator. Decizii, decidenți. Metode și instrumente de bază*. București, Editura Tehnică și Editura Expert, 2002
- 5 MOON, J. H.,  
CHANK, S. K. *Application of Fuzzy Decision Making Method to the Evaluation of Spent Fuel Storage Options*, [http://plaza.snu.ac.kr/~cskang/BK21\\_1.htm](http://plaza.snu.ac.kr/~cskang/BK21_1.htm)
- 6 NEGOIȚĂ, V.,  
RALESCU, D. *Mulțimi vagi și aplicațiile lor*, București, Editura Tehnică, 1974
- 7 RAȚIU-SUCIU, C. *Modelarea & Simularea proceselor economice. Teorie și practică*. Ediția a - III-a, București, Editura Economică, 2003
- 8 STANCU-MINASIAN, I. M. *Programarea stochastică cu mai multe funcții obiectiv*. București, Editura Academiei, 1980
- 9 ZADEH, L. A. *Fuzzy sets*, în „Information and Control” 8 ,1965, p. 338 – 353
- 10 ZHANG, Q.,  
MA, J. *Determining Weights of Criteria Based on Multiple Preference Formats*, în Decision Support Systems 32 (1) (2002), 17-38